

Laboratorium

Podstaw

Pomiarów

Ćwiczenie 9

Pomiary pojemności

Instrukcja

Opracował:

dr hab. inż. Grzegorz Pankanin, prof. PW



Instytut Systemów Elektronicznych
Wydział Elektroniki i Technik Informatycznych
Politechnika Warszawska

Warszawa 2019

v. 5.1



Ćwiczenie 9

Pomiary pojemności

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodami pomiaru pojemności i występującymi w nich błędami pomiarowymi.

2. Tematyka ćwiczenia

- pomiary pojemności za pomocą dedykowanego przyrządu pomiarowego (mostek RLC),
- pomiary pojemności metodą techniczną,
- pomiary pojemności metodą mostkową (mostek transformatorowy).

3. Umiejętności zdobywane przez studentów

- umiejętność poprawnego dokumentowania wyników pomiarów – z precyzją, jaką zapewniają przyrządy pomiarowe,
- umiejętność równoważenia mostka transformatorowego,
- umiejętność wyznaczania niepewności i określania precyzji zapisu wyników,
- umiejętność analizy uzyskanych wyników (w tym ich porównywania) oraz opracowywania wniosków.

4. Teoria

Kondensator jest elementem obwodu elektrycznego zbudowanym z dwóch przewodzących elektrod rozdzielonych dielektrykiem. Służy do gromadzenia energii w polu elektrycznym. Zdolność kondensatora do gromadzenia ładunku jest wyrażana za pomocą jego **pojemności**, zdefiniowanej jako stosunek zgromadzonego ładunku Q do napięcia U panującego między elektrodami

$$C = \frac{Q}{U} \quad (9-1)$$

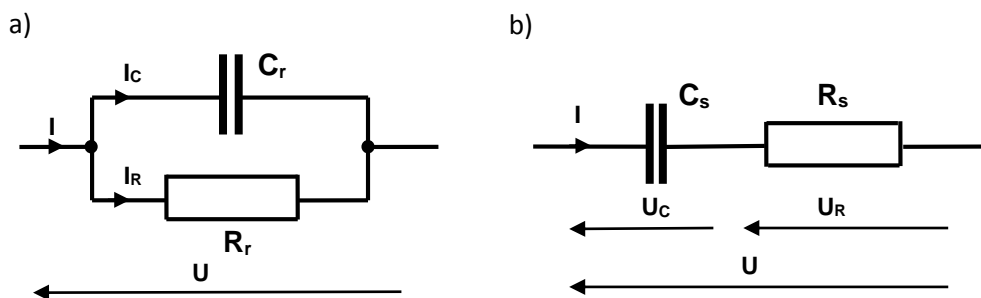
W układach prądu stałego w stanie ustalonym idealny kondensator stanowi przerwę w obwodzie, podczas gdy w układach prądu zmiennego stanowi reaktancję, której wartość zależy od pojemności C i częstotliwości sygnału f

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{2\pi f C} \quad (9-2)$$

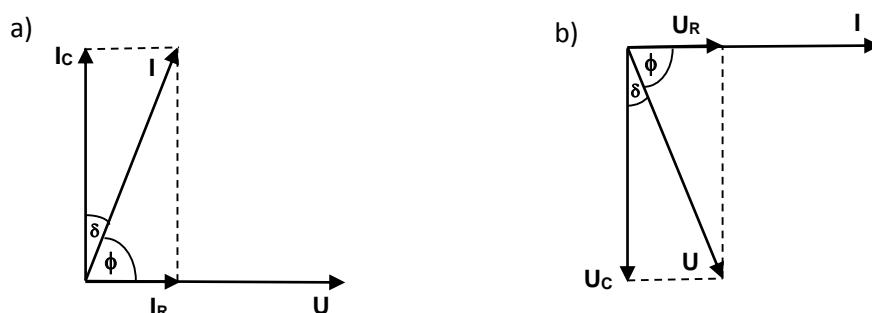
Rzeczywisty kondensator przedstawia się zwykle w postaci schematu zastępczego, zawierającego równoległe (Rys. 9.1a) bądź szeregowe (Rys. 9.1b) połączenie pojemności



i rezystancji. Występujące w schematach zastępczych rezystancje R_r lub R_s charakteryzują upływność dielektryka, który zwykle nie jest idealnym izolatorem.



Rys. 9.1. Schemat zastępczy kondensatora: a – równoległy, b – szeregowy



Rys. 9.2. Wykresy wskazowe prądów i napięć dla schematów zastępczych kondensatora z Rys. 9.1:
a – równoległego, b – szeregowego

Na Rys. 9.2 przedstawiono wykresy wskazowe dla schematów zastępczych kondensatora, ilustrujące zależności fazowe między prądami i napięciami. Kąt δ , noszący nazwę **kąta stratności**, jest kątem dopełniającym do 90° przesunięcie fazowe między prądem i napięciem w rzeczywistym kondensatorze. Tangens kąta stratności ($\operatorname{tg} \delta$) opisuje stosunek energii rozpraszanej do energii gromadzonej w kondensatorze. Stanowi on miarę jakości kondensatora, gdyż określa, jak bardzo dany kondensator odbiega od kondensatora idealnego. W przypadku kondensatora idealnego kąt przesunięcia między prądem i napięciem wynosi 90° , a więc kąt stratności, jak i jego tangens, mają wartość 0.

Przy ustalonej częstotliwości f schematy zastępcze kondensatora: szeregowy i równoległy są równoważne, a wartości występujących w nich elementów są ze sobą powiązane zależnościami

$$C_s = C_r(1 + \operatorname{tg}^2 \delta) \quad (9-3)$$

$$R_s = R_r \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \quad (9-4)$$

gdzie

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_s R_s = \frac{1}{\omega C_r R_r} \quad \omega = 2\pi f \quad (9-5)$$



4.1. Metoda techniczna

Metoda techniczna pomiaru pojemności, podobnie jak metoda techniczna pomiaru rezystancji, jest metodą pośrednią polegającą na jednoczesnym pomiarze prądu płynącego przez element badany i występującego na nim spadku napięcia. Różnica pomiędzy tymi pomiarami polega na tym, że w przypadku pomiaru rezystancji możemy wykorzystywać zarówno prąd stały, jak i zmienny (częściej wykorzystuje się obwody prądu stałego), natomiast w przypadku pomiaru pojemności wykorzystujemy wyłącznie prąd zmienny. Iloraz wskazania U mierzonego napięcia oraz wskazania I mierzonego prądu wyraża moduł impedancji

$$|Z_x| = \frac{U}{I} \quad (9-6)$$

Moduł impedancji „czystej” (bezstratnej) pojemności C_x można wyrazić wzorem

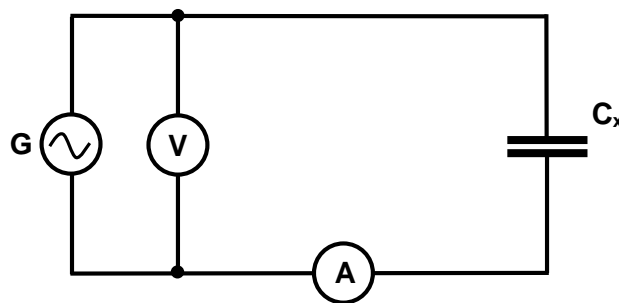
$$|Z_x| = \frac{1}{\omega C_x} = \frac{1}{2\pi f C_x} \quad (9-7)$$

gdzie ω oznacza pulsację, a f – częstotliwość sygnału.

Ze wzorów (9-6) i (9-7) wynika zależność

$$C_x = \frac{I}{\omega U} = \frac{I}{2\pi f U} \quad (9-8)$$

Metoda techniczna jest realizowana zazwyczaj w układzie o schemacie przedstawionym na Rys. 9.3.

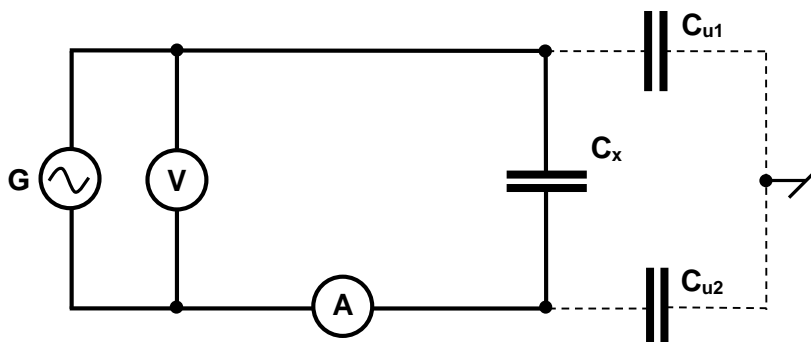


Rys. 9.3. Schemat układu do pomiaru pojemności metodą techniczną

Często zdarza się, że mierzone pojemności (np. czujników pojemnościowych) umieszczone są w przewodzącej obudowie (lub ekranie). Każda z okładek kondensatora wraz przewodami doprowadzającymi charakteryzuje się pojemnością względem tej obudowy – często porównywalną z pojemnością C_x samego czujnika. Pojemności te, oznaczane C_{u1} i C_{u2} , nazywane są **pojemnościami upływu**.

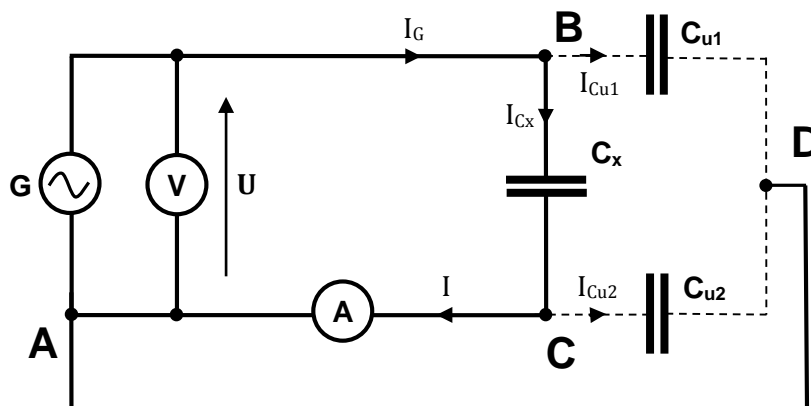


Schemat układu pomiarowego z uwzględnieniem pojemności upływu przedstawiono na Rys. 9.4. Układ taki nazywany jest **układem dwupunktowym**, ponieważ mierzona pojemność jest dołączona za pomocą dwóch przewodów. Pojemności upływu zwiększają wartość zastępczej pojemności mierzonej metodą techniczną w układzie dwupunktowym – pojemność mierzona jest sumą pojemności C_x i pojemności wynikającej z szeregowego połączenia pojemności upływu C_{u1} i C_{u2} .



Rys. 9.4. Schemat układu dwupunktowego do pomiaru pojemności metodą techniczną

Można zredukować wpływ pojemności upływu na wynik pomiaru pojemności C_x poprzez połączenie obudowy otaczającej kondensator z punktem masy generatora – w tym celu należy połączyć przewodem punkty **A** i **D** (Rys. 9.5). Ze względu na trzeci przewód – wykorzystany do połączenia tych punktów – układ taki nazywany jest **układem trójpunktowym**.



Rys. 9.5. Schemat układ trójpunktowego do pomiaru pojemności metodą techniczną

W układzie z Rys. 9.5 prąd I_G rozdziela się w węźle **B** na prąd I_{Cx} płynący przez pojemność C_x oraz na prąd I_{Cu1} płynący przez pojemność upływu C_{u1} . Prąd I_{Cu1} nie ma tu znaczenia, gdyż nie płynie on przez pojemność C_x ani nie jest mierzony przez amperomierz. Z kolei w węźle **C** prąd I_{Cx} rozdziela się na prąd I mierzony przez amperomierz i prąd I_{Cu2} płynący przez pojemność upływu C_{u2} . Zazwyczaj moduł impedancji amperomierza jest znacznie mniejszy od modułu impedancji pojemności upływu C_{u2} , więc prąd I_{Cu2} jest znacznie mniejszy od prądu I i dlatego można przyjąć, że prąd I płynący przez amperomierz jest równy prądowi I_{Cx} płynącemu przez pojemność badaną C_x . W ten sposób eliminujemy wpływ pojemności upływu na wynik pomiaru pojemności C_x .



Analiza błędu pomiarowego

W metodzie technicznej wyróżniamy dwie podstawowe kategorie błędu:

- **niepewność pomiarową**, określoną np. przez niepewność standardową względną

$$u_{rel}(C_x) = \sqrt{\left(\frac{\delta_g U}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_g I}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_g f}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (9-9)$$

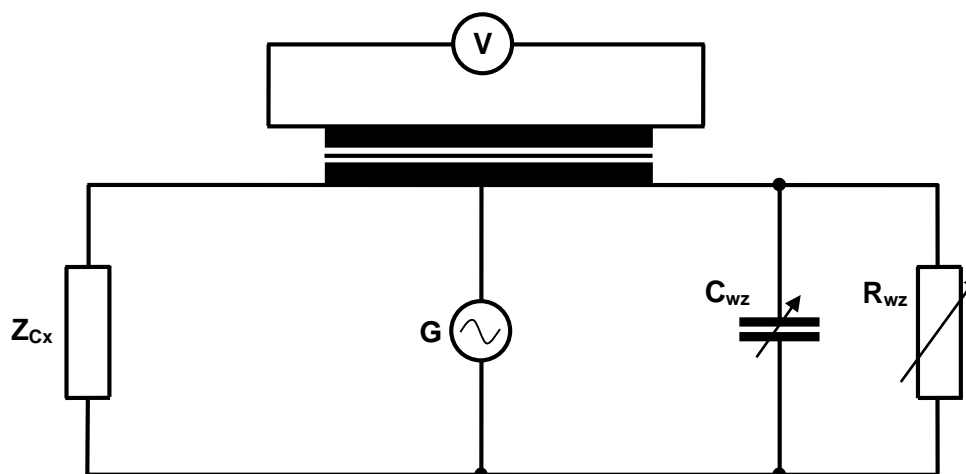
Uwaga: Należy zwrócić uwagę na fakt, że podanie występującej we wzorze (9-8) wartości liczby π w przybliżeniu jako 3,14 wprowadza błąd systematyczny ok. -0,05%. Aby błąd ten można było pominąć, należy podawać liczbę π z większą precyzją (np. $\pi \approx 3,14159$) lub korzystać z funkcji **PI()** arkusza kalkulacyjnego **MsExcel**.

- **błąd systematyczny**, wynikający z faktu, że napięcie mierzone przez woltomierz jest sumą spadków napięć na kondensatorze badanym i na rezystancji wewnętrznej amperomierza, a we wzorach (9-6) ÷ (9-8) jest ono traktowane jako napięcie panujące na kondensatorze. Ze względu na skomplikowane zależności fazowe błąd ten nie będzie w ramach realizacji ćwiczenia wyznaczany. Ogólnie można jednak stwierdzić, że warunki pomiaru powinny być tak dobrane, aby moduł impedancji elementu badanego był znacznie większy od rezystancji amperomierza. Można to uzyskać np. poprzez odpowiedni dobór częstotliwości sygnału pomiarowego.

Dodatkowy błąd systematyczny pojawi się wówczas, gdy współczynnik strat badanego elementu nie jest bliski zera. Błąd ten wynika z faktu, że wtedy nie jest spełniona zależność (9-7).

4.2. Metoda mostkowa – mostek transformatorowy

Mostek transformatorowy jest mostkiem nietypowym, bo dwugałęźnym – jego schemat pokazano na Rys. 9.6.



Rys. 9.6. Mostek transformatorowy



Podczas pomiaru za pomocą tego mostka dążymy do zrównania prądów płynących w obu gałęziach mostka – zarówno co do amplitudy, jak i fazy. Wtedy strumienie magnetyczne w transformatorze, pochodzące od obu prądów, ulegają wzajemnej kompensacji i w uzwojeniu wtórnym nie powstaje żadna siła elektromotoryczna. W efekcie wskaźnik równowagi mostka powinien pokazać zero.

Stan równowagi mostka wymaga zrównania impedancji w obu gałęziach. Oznacza to, że przy równoległym schemacie zastępczym kondensatora i przy równoległym połączeniu regulowanych wzorców pojemności i rezystancji, muszą być spełnione warunki

$$C_x = C_{wz} \quad (9-10)$$

$$R_x = R_{wz} \quad (9-11)$$

Uwaga: Podczas pomiarów rzeczywistych kondensatorów może nie być możliwe uzyskanie stanu równowagi ze względu na to, że maksymalna możliwa do uzyskania wartość rezystancji wzorca może być mniejsza od równoległej rezystancji strat kondensatora. W takim przypadku należy wzorce pojemności i rezystancji połączyć szeregowo, a uzyskane wyniki przeliczyć zgodnie z wzorami (9-3) i (9-4).

Przy pomiarze pojemności w układzie mostka transformatorowego (Rys. 9.6) występują następujące składniki niepewności pomiaru, które można wyrazić przez niepewność standardową względną:

- niepewność standardowa względna wzorca $u_{rel}(C_{wz})$,
- niepewność standardowa względna rozdzielczości $u_{rel}(C_r)$,
- niepewność standardowa względna nieczułości $u_{rel}(C_n)$.

Niepewność wzorca wynika z faktu, że kondensator dekadowy pełniący rolę wzorca pojemności jest wykonany z określoną precyzją wyrażoną przez jego klasę. Niepewność standardowa względna wzorca wyraża się zależnością

$$u_{rel}(C_{wz}) = \frac{\delta_g C_{wz}}{3} \quad (9-12)$$

gdzie $\delta_g C_{wz}$ jest niepewnością graniczną wzorca pojemności.

Z dopuszczalnym przybliżeniem można przyjąć, że wartość $\delta_g C_{wz}$ jest równa klasie kondensatora dekadowego wyrażonej w procentach.

Niepewność rozdzielczości wynika ze skwantowania wartości pojemności ustawianych na kondensatorze dekadowym. Niepewność standardowa względna rozdzielczości jest wyrażona wzorem

$$u_{rel}(C_r) = \frac{\Delta_{min} C_{wz}}{C_{wz} \cdot \sqrt{3}} \cdot 100\% \quad (9-13)$$

gdzie: $\Delta_{min} C_{wz}$ jest rozdzielczością kondensatora dekadowego.



Niepewność nieczułości jest związana z wrażliwością napięcia niezrównoważenia mostka na zmianę wartości mierzonej pojemności. Graniczna niepewność względna nieczułości wyraża się wzorem

$$\delta_n C_x = \frac{\Delta C_x}{C_x} \cdot 100\% \Big|_{\Delta\alpha = \Delta\alpha_{min}} \quad (9-14)$$

Symbol $\Delta\alpha = \Delta\alpha_{min}$ oznacza minimalną zauważalną zmianę stanu wskaźnika równowagi. W przypadku woltomierza cyfrowego oznacza zmianę wskazania o 1 na najmniej znaczącym miejscu.

W praktyce, ze względu na brak możliwości regulacji pojemności badanej, względną zmianę tej pojemności zastępuje się względną zmianą pojemności kondensatora dekadowego. Ponieważ trudno jest stwierdzić jednoznacznie odstrojenie wskaźnika od stanu równowagi o najmniejszą zauważalną wartość, dlatego dokonuje się odstrojenia o n (np. 100) jednostek, a wartość związanej z tym zmiany pojemności ΔC_{wz} dzieli się przez n . Ostatecznie praktyczna postać zależności (9-14) przedstawia się następująco:

$$\delta_n C_x = \frac{\Delta C_{wz}}{n \cdot C_{wz}} \cdot 100\% \Big|_{\Delta\alpha = n} \quad (9-15)$$

Niepewność standardowa względna nieczułości jest wyrażona wzorem

$$u_{rel}(C_n) = \frac{\delta_n C_x}{\sqrt{3}} \quad (5-16)$$

Wyrażenie na całkowitą niepewność standardową względną pomiaru pojemności za pomocą mostka transformatorowego przyjmuje postać

$$u_{rel}(C_x) = \sqrt{u_{rel}^2(C_{wz}) + u_{rel}^2(C_r) + u_{rel}^2(C_n)} \quad (5-17)$$

Całkowitą niepewność standardową można obliczyć ze wzoru

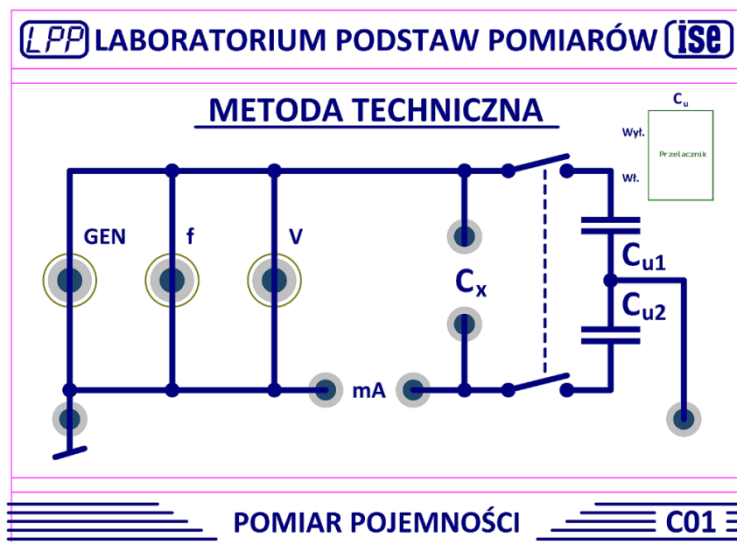
$$u(C_x) = \frac{u_{rel}(C_x) \cdot C_x}{100\%} \quad (5-18)$$

Dokładność pomiaru jest ponadto uwarunkowana symetrią nawinięcia połówek transformatora.

5. Opis modułów pomiarowych

5.1. Moduł C01

Moduł **C01** jest przeznaczony do przeprowadzania pomiarów pojemności metodą techniczną z możliwością dołączenia (za pomocą przełącznika znajdującego się płycie czołowej modułu) dwóch kondensatorów symulujących pojemności upływu.

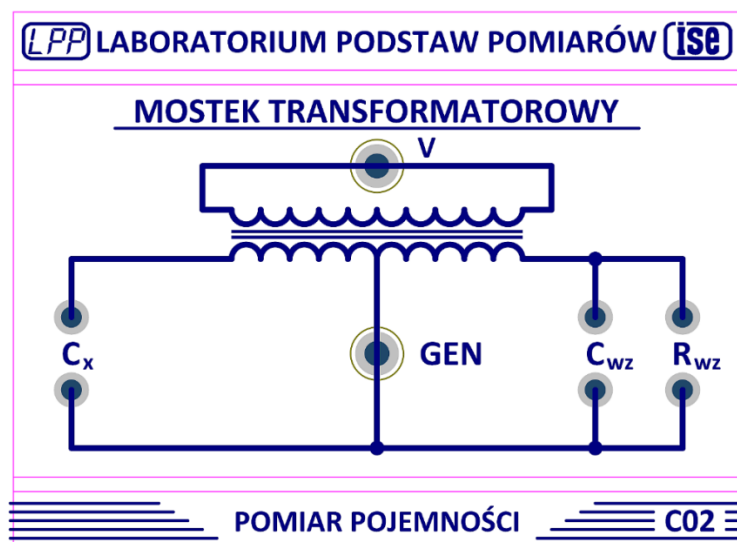


Rys. 9.7. Moduł C01

Moduł **C01** umożliwia pomiar pojemności metodą techniczną w układzie dwupunktowym i trójpunktowym (w tym przypadku należy połączyć przewodem masę generatora z punktem wspólnym kondensatorów symulujących pojemności upływu).

5.2. Moduł C02

Moduł **C02** jest przeznaczony do przeprowadzania pomiarów pojemności metodą mostkową z wykorzystaniem mostka transformatorowego.




Rys. 9.8. Moduł C02




6. Badania i pomiary

Obiektem badań są kondensatory zamontowane na podstawkach laboratoryjnych i oznaczone symbolami: C_{x1} , C_{x2} , C_{x3} , C_{x4} . Studenci będą też dysponowali rezystorami wzorcowymi oznaczonymi symbolami: R_{wz1} , R_{wz2} , R_{wz3} , R_{wz4} o wartościach: 10 Ω , 100 Ω , 1 k Ω , 10 k Ω i tolerancji 0,1%.

Zadanie 1. Pomiar pojemności mostkiem RLC.

-  Zmierzyć pojemność, równoległą rezystancję strat oraz $\text{tg}\delta$ kondensatorów C_{x1} , C_{x2} , C_{x3} , C_{x4} , wykorzystując mostek RLC **E4980A**. W tym celu należy nacisnąć przycisk **Display Format**, następnie strzałkami wybrać na ekranie opcję **Func** i z menu kontekstowego kolejno $\rightarrow Cp-...$ $\rightarrow Cp-Rp$ lub $\rightarrow Cp-D$. Wyniki zestawić w tabeli i zamieścić w protokole.


Zadanie 2. Pomiar pojemności metodą techniczną.


-  Zmierzyć metodą techniczną pojemność kondensatorów z zadania 1:
- bez dołączonych kondensatorów symulujących pojemności upływu,
 - w układzie dwupunktowym z dołączonymi kondensatorami symulującymi pojemności upływu,
 - w układzie trójpunktowym z dołączonymi kondensatorami symulującymi pojemności upływu.

Na generatorze **33500B** ustawić częstotliwość sygnału pomiarowego $f = 1$ kHz oraz napięcie U_{pp} z zakresu od 5 V do 10 V.

Prąd płynący przez badany kondensator zmierzyć **w sposób pośredni**, mierząc spadek napięcia na rezystorze wzorcowym dołączonym do zacisków **mA** w module **C01**.



Aby zminimalizować błąd systematyczny wynikający ze spadku napięcia na rezystorze wzorcowym należy właściwie dobrać jego rezystancję oraz – w razie potrzeby – zmienić częstotliwość sygnału pomiarowego.

-  Wyniki, w tym wartość wyznaczonego modułu impedancji kondensatora badanego, zamieścić w tabeli.

 **Dla każdego kondensatora porównać i skomentować wyniki pomiaru pojemności uzyskane w zadaniach: 2a, 2b i 2c.**





Zadanie 3. Pomiar pojemności mostkiem transformatorowym.

-  Ustawić na generatorze częstotliwość sygnału pomiarowego $f = 1$ kHz oraz napięcie U_{pp} z zakresu od 5 V do 10 V. Zmierzyć za pomocą mostka transformatorowego pojemność i równoległą rezystancję strat kondensatorów C_{x1} , C_{x2} , C_{x3} , C_{x4} .
-  Wyznaczyć $\text{tg}\delta$. Wyniki zamieścić w tabeli.

Uwaga: W przypadku braku możliwości pomiaru w układzie równoległego schematu zastępczego, należy zastosować schemat szeregowy a otrzymane wyniki przeliczyć. W tym celu można skorzystać z aplikacji **Demo_09** (zakładka **Schematy zastępcze kondensatora**), dostępnej na pulpicie komputera.

Zadanie 4. Pomiar pojemności multimetrem cyfrowym.

-  Zmierzyć pojemność kondensatorów C_{x1} , C_{x2} , C_{x3} , C_{x4} za pomocą multimetru **34450A** lub **U1252B**. Zestawić w tabeli wyniki pomiarów uzyskanych w zadaniach 1, 2a, 3 i 4.
-  **Porównać wyniki pomiaru pojemności uzyskane w zadaniach: 1, 2a, 3 i 4. Skomentować zaobserwowane różnice.**

Pytania kontrolne

1. Co to jest kondensator i do czego służy?
2. Co to jest pojemność elektryczna?
3. Jaki jest związek między pojemnością a reaktancją pojemnościową?
4. Narysuj schematy zastępcze kondensatora i oznacz elementy.
5. Co to jest kąt stratności i jaką wartość osiąga w przypadku kondensatora idealnego?
6. Na czym polega metoda techniczna pomiaru pojemności?
7. W jaki sposób częstotliwość sygnału pomiarowego wpływa na błąd metody przy pomiarze pojemności metodą techniczną?
8. Na czym polega pomiar pojemności za pomocą mostka transformatorowego?
9. Sklasyfikuj błędy pomiarowe występujące przy pomiarze pojemności za pomocą mostka transformatorowego.
10. W jaki sposób na dokładność pomiaru pojemności wpływa jakość transformatora użytego w mostku?



11. Wyjaśnij mechanizm eliminacji wpływu pojemności upływu na wynik pomiaru pojemności metodą techniczną w układzie trójpunktowym.
12. Przedstaw wyrażenie na niepewność standardową względną pomiaru pojemności metodą techniczną i omów poszczególne składniki tej niepewności.
13. Przedstaw wyrażenie na niepewność standardową względną pomiaru pojemności za pomocą mostka transformatorowego i omów poszczególne składniki tej niepewności.
14. Podaj podstawową różnicę dotyczącą wielkości mierzonych przy pomiarze pojemności metodą techniczną i za pomocą mostka transformatorowego.
15. Skomentuj możliwość pomiaru pojemności stratnych metodą techniczną i za pomocą mostka transformatorowego.
16. W jaki sposób można wyznaczyć niepewność standardową względną nieczułości przy pomiarze pojemności za pomocą mostka transformatorowego?
17. Oblicz tangens kąta stratności dla kondensatora o pojemności 10 pF i równoległej rezystancji strat 1 M Ω przy pulsacji 10⁶ rd/s.
18. Oblicz równoległą rezystancję strat dla kondensatora o pojemności 100 nF i tangensie kąta stratności 0,1 wyznaczonym przy pulsacji 10⁵ rd/s.
19. Oblicz pojemność kondensatora charakteryzującego się równoległą rezystancją strat 10 M Ω i współczynnikiem $\text{tg}\delta = 0,1$ wyznaczonym przy pulsacji 10⁴ rd/s.
20. Omomierzem zmierzono rezystancję dwójnika złożonego z opornika o rezystancji 10 k Ω i bezstratnego kondensatora o pojemności 10 μF . Jakie będzie wskazanie przyrządu w przypadku połączenia szeregowego tych elementów, a jakie w przypadku połączenia równoległego?
21. Zmierzono moduł impedancji kondensatora bezstratnego przy pulsacji sygnału pomiarowego równej 10³rd/s. Uzyskano wynik 10 k Ω . Ile wynosi pojemność kondensatora?
22. Zmierzono moduł impedancji kondensatora bezstratnego przy pulsacji sygnału pomiarowego równej 10⁴ rd/s. Jak zmieni się wynik pomiaru impedancji przy pulsacji 10 razy większej?
23. Zmierzono moduł impedancji kondensatora bezstratnego o pojemności $C = 10$ nF. Uzyskano wynik $|Z| = 10$ k Ω . Przy jakiej częstotliwości wykonano pomiar?